Devoirs de vacances **POIRET Aurélien**
MPSI **2024–2025**

Un mot sur la prochaine rentrée et les révisions à mener pendant les vacances

Le programme de mathématiques de MPSI est un programme très chargé séparé en deux parties. La première moitié de l'année sera consacrée à de larges approfondissements des notions abordées au lycée, en y ajoutant une exigence bien supérieure en termes de raisonnement, rigueur et calculs. À ce propos, sachez que la calculatrice sera d'un usage très limité quasiment réduit à l'ensemble vide : l'idée étant qu'un futur ingénieur doit pouvoir réagir rapidement, sans l'aide d'une machine, devant des calculs ou des représentations de fonctions élémentaires. Cela ne signifie pas que vous devez vous séparer de votre calculatrice car vous en aurez encore besoin en physique-chimie par exemple, mais qu'il faudra apprendre à l'utiliser uniquement lorsque son aide est indispensable.

La totalité de votre programme de terminale vous sera utile pour la rentrée et mérite une révision approfondie de votre part. Il constitue la base de l'enseignement de la prépa mais les vraies difficultés de la prépa se situent ailleurs (rythme élevé, exigence de raisonnement rigoureux, travail du cours approfondi) et une mauvaise maîtrise des notions du lycée peut très vite vous handicaper. À vous de vous présenter à la rentrée dans les meilleures conditions pour réussir ce challenge que constituent la prépa et les concours auxquels elle vous mènera.

Il est indispensable que vous maîtrisiez parfaitement tout ce qui constitue le calcul élémentaire : développement, factorisation d'expressions algébriques, identités remarquables, manipulation de quotients, puissances, exponentielles, logarithmes, calculs de dérivées et intégration, fonctions trigonométriques, etc.

Pour les quelques personnes n'ayant pas suivi l'enseignement de mathématiques expertes, je vous invite à étudier les nombres complexes durant les vacances même si cette notion sera reprise à la rentrée. En revanche, ce n'est pas la peine de vous investir sur le programme d'arithmétique puisque cette notion sera abordée bien plus tard dans l'année.

Pour passer une rentrée sereine les différents consignes sont les suivantes :

— Le formulaire de trigonométrie se situant en Annexe 1 est à apprendre par cœur pour le jour de la rentrée (il n'est d'ailleurs pas impossible qu'une interrogation ait lieu pour vérifier votre bonne volonté et la bonne compréhension de ces premières consignes). Ces formules sont utiles quasiment chaque jour en classe préparatoire et pourront vous sauver la mise à maintes reprises.

— Si vous ne voulez pas paraître ridicule le jour d'un oral, l'alphabet grec se situant en Annexe 2 est à connaître par cœur pour le jour de la rentrée.

— Les formulaires de dérivées usuelles et de primitives usuelles situés en Annexe 3 et 4 sont à connaître par cœur pour le jour de la rentrée. Il n'y a rien de plus énervant pour un enseignant de mathématiques, de physique ou de SII que d'avoir un élève ne sachant pas calculer en moins de deux minutes une primitive de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ ou la dérivée de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

— La liste des exercices à faire pour la rentrée est situé en Annexe 5. Ces exercices ne seront pas ramassés le jour de la rentrée mais il est conseillé de les faire sérieusement et de ne pas attendre le corrigé qui vous sera remis à la rentrée.

— Vous pouvez commencer à lire le premier chapitre de l'année intitulé « Rudiments de logique » que vous trouverez à l'adresse suivante : `poiret.aurelien.free.fr/cours.php` (la curiosité n'étant jamais un vilain défaut dans les études). Si le temps vous le permet, vous pouvez également commencer à réfléchir à la feuille de TD N° 1.

— Enfin, nous communiquerons beaucoup par mail. Si ce n'est déjà fait, je vous conseille donc de vous créer une adresse mail (sérieuse de type `nom.prenom@gmail.com` par exemple).

Vos prochaines vacances auront lieu en juillet 2025 donc il est impératif d'arriver à la rentrée en forme pour cette année difficile et éprouvante qui vous attend. Je vous souhaite donc de bonnes vacances et reste disponible pour toute interrogation à l'adresse mail suivante `aurelien.poiret@gmail.com`

Monsieur POIRET

Annexe 1 : Formulaire de trigonométrie

Angles associés

$$\cos(-x) = \cos(x) \qquad \cos(\pi - x) = -\cos(x) \qquad \cos(\pi + x) = -\cos(x)$$
$$\sin(-x) = -\sin(x) \qquad \sin(\pi - x) = \sin(x) \qquad \sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\tfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x) \qquad \cos\left(\tfrac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$
$$\sin\left(\tfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x) \qquad \sin\left(\tfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

Relations entre $\cos$, $\sin$ et $\tan$

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \qquad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \qquad 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

Formules d'addition

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \qquad \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \qquad \sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$
$$\tan(a+b) = \tfrac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)} \qquad \tan(a-b) = \tfrac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$$

Formules de duplication

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) \qquad \sin(2a) = 2\cos(a)\sin(a) \qquad \tan(2a) = \tfrac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$$
$$\cos(3a) = 4\cos^3(a) - 3\cos(a) \qquad \sin(3a) = 3\sin(a) - 4\sin^3(a) \qquad \tan(3a) = \tfrac{3\tan(a)-\tan^3(a)}{1-3\tan^2(a)}$$

Formules de linéarisation

$$\cos^2(a) = \tfrac{1+\cos(2a)}{2} \qquad \sin^2(a) = \tfrac{1-\cos(2a)}{2} \qquad \tan^2(a) = \tfrac{1-\cos(2a)}{1+\cos(2a)}$$
$$\cos^3(a) = \tfrac{\cos(3a)+3\cos(a)}{4} \qquad \sin^3(a) = \tfrac{-\sin(3a)+3\sin(a)}{4} \qquad \tan^3(a) = \tfrac{-\sin(3a)+3\sin(a)}{\cos(3a)+3\cos(a)}$$

Passage d'un produit à une somme

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) + \cos(a+b)\right)$$
$$\cos(a)\sin(b) = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) - \sin(a-b)\right)$$
$$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) - \cos(a+b)\right)$$

Passage d'une somme à un produit

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\tfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\tfrac{p-q}{2}\right) \qquad \cos(p) - \cos(q) = -2\sin\left(\tfrac{p+q}{2}\right)\sin\left(\tfrac{p-q}{2}\right)$$
$$\sin(p) + \sin(q) = 2\sin\left(\tfrac{p+q}{2}\right)\cos\left(\tfrac{p-q}{2}\right) \qquad \sin(p) - \sin(q) = 2\sin\left(\tfrac{p-q}{2}\right)\cos\left(\tfrac{p+q}{2}\right)$$

Résolutions d'équations trigonométriques

$$\cos(U) = \cos(V) \quad \Leftrightarrow \quad U \equiv V\ [2\pi] \text{ ou } U \equiv -V\ [2\pi]$$
$$\sin(U) = \sin(V) \quad \Leftrightarrow \quad U \equiv V\ [2\pi] \text{ ou } U \equiv \pi - V\ [2\pi]$$
$$\tan(U) = \tan(V) \quad \Leftrightarrow \quad U \equiv V\ [\pi]$$

Expression du cosinus, sinus et de la tangente en fonction de la tangente de l'angle moitié

$$\text{Si } t = \tan\left(\frac{a}{2}\right) \text{ alors } \cos(a) = \frac{1-t^2}{1+t^2},\ \sin(a) = \frac{2t}{1+t^2} \text{ et } \tan(a) = \frac{2t}{1-t^2}$$

Annexe 2 : Alphabet Grec

Majuscule	Minuscule	Nom
A	α	Alpha
B	β	Bêta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ϵ	Epsilon
Z	ζ	Zêta
H	η	Êta
Θ	θ	Thêta
I	ι	Iota
K	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	Mu

Majuscule	Minuscule	Nom
N	ν	Nu
Ξ	ξ	Xi
O	$\circ$	Omicron
Π	π	Pi
P	ρ	Rhô
Σ	σ	Sigma
T	τ	Tau
Υ	υ	Upsilon
Φ	ϕ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Oméga

Annexe 3 : Dérivées usuelles

Fonction f	Dérivée f'	Intervalle de validité
$x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{N}$	$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \ln(x)$	$x \mapsto \frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
$x \mapsto x^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	$x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$	$\mathbb{R}^\star$
$x \mapsto x^\alpha$ où $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$	$x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$	$\mathbb{R}_+^\star$
$x \mapsto e^{\alpha x}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$	$x \mapsto \alpha e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto \cos(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto -\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto 1 + \tan^2(x)$	$\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$x \mapsto a^x$ où $a > 0$	$x \mapsto \ln(a)a^x$	$\mathbb{R}$

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Fonction	Dérivée	Condition de validité
u^n où $n \in \mathbb{N}$	$nu'u^{n-1}$	
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$	si u strictement positive
u^α où $\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	$\alpha u'u^{\alpha-1}$	si u non nulle
u^α où $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$	$\alpha u'u^{\alpha-1}$	si u est strictement positive
$e^{\alpha u}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha u'e^{\alpha u}$	
$\sin(u)$	$u'\cos(u)$	
$\cos(u)$	$-u'\sin(u)$	
$\tan(u)$	$u'(1 + \tan^2(u))$	si u à valeurs dans $\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$
a^u où $a > 0$	$\ln(a)u'a^u$	
$u + v$	$u' + v'$	
$u \times v$	$u' \times v + u \times v'$	
$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$	si v non nulle

Annexe 4 : Primitives usuelles

Fonction f	Primitive F	Intervalle de validité
$x \mapsto x^n$ où $n \in \mathbb{N}$	$x \mapsto \frac{1}{n+1} x^{n+1}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto \ln\lvert x\rvert$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$x \mapsto x^\alpha$ où $\alpha \neq -1$	$x \mapsto \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$	$\mathbb{R}_+^\star$
$x \mapsto e^{\alpha x}$ où $\alpha \in \mathbb{R}^\star$	$x \mapsto \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \sin(x)$	$x \mapsto -\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \cos(x)$	$x \mapsto \sin(x)$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto 1 + \tan^2(x)$	$x \mapsto \tan(x)$	$\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$x \mapsto \tan(x)$	$x \mapsto -\ln\lvert\cos(x)\rvert$	$\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$

Soit u une fonction dérivable à dérivée continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Fonction	Primitive	Condition de validité
$u'u^n$ où $n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1}$	
$\frac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert$	si u non nulle
$u'u^\alpha$ où $\alpha \neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1} u^{\alpha+1}$	si u est strictement positive
$u'e^{\alpha u}$ où $\alpha \in \mathbb{R}^\star$	$\frac{1}{\alpha} e^{\alpha u}$	
$u' \sin(u)$	$-\cos(u)$	
$u' \cos(u)$	$\sin(u)$	
$u'(1 + \tan^2(u))$	$\tan(u)$	si u à valeurs dans $\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$
$u' \tan(u)$	$-\ln\lvert\cos(u)\rvert$	si u à valeurs dans $\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$

Annexe 5 : Liste des exercices

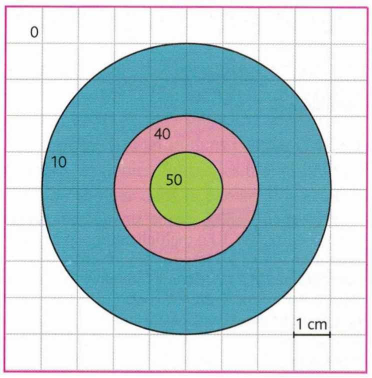
Exercice N° 1 : Simplifier les expressions qui suivent.

$a^o)$	$\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}$	$b^o)$	$\frac{1}{2}\frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2}+\frac{1}{1-\frac{1}{4}}-1$	$c^o)$	$\frac{\frac{1}{5}\left(1+\frac{1}{5}\right)^3}{\left(1-\frac{1}{5}\right)}+\frac{\frac{1}{5}}{\left(1-\frac{1}{5}\right)^2}$
$d^o)$	$\dfrac{\frac{a^2+b^2}{b}+2a}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$	$e^o)$	$\frac{2}{n(n-1)}\left(n\frac{(n-1)n}{2}-\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}\right)$	$f^o)$	$\frac{2n(2n+1)}{2}-\frac{(n-1)n}{2}$
$g^o)$	$\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}}$	$h^o)$	$\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}}$	$i^o)$	2^n+2^n
$j^o)$	$\left(2^{2^n}\right)^{2^n}$	$k^o)$	$2^{n+1}-2^n$	$l^o)$	$2^{2^n}2^{2^n}$
$m^o)$	$\frac{\left(2^3\times5^7\right)^{-2}}{(5^2\times3^{-3})^3}$	$n^o)$	$\left(\frac{\left(3\times5^2\right)^{-2}\times2}{2^{-2}\times3^3\times5^{-3}}\right)^{-3}$	$o^o)$	$\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right)^3\times\left(\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}\right)^3$
$p^o)$	$\left(-\frac{5^2}{2^4}\right)^{-3}\times\left(-\frac{4}{9}\right)^6$	$q^o)$	$\frac{\left(ab^{-1}\right)^3}{c^2b^{-2}}+\frac{\left(acb^{-1}\right)^{-2}}{bc^{-2}}\times\frac{\left(a^3b\right)^2}{(cb)^3}$	$r^o)$	$\frac{\left(a^2b^{-2}\right)^{-5}}{(c^{-2}b^3)^{-2}}\times\frac{ab-c^{-1}}{c-(ab)^{-1}}$
$s^o)$	$\frac{\ln\left(\sqrt{ab}\right)}{\ln(a)+\ln(b)}$	$t^o)$	$\ln\left(\frac{1-a}{a}\right)+2\ln\left(\frac{a}{1-a}\right)$	$u^o)$	$\frac{\ln(a)+\ln(b)-1}{\ln\left(\frac{ab}{e}\right)}$
$v^o)$	$\frac{\ln(a^n)+\ln(a^a)}{(\ln(a))^n}$	$w^o)$	$\frac{e^{2a}}{(e^a)^2-\frac{1}{e^{-3a}}}$	$x^o)$	$\frac{(e^a)^b-e^be^{-a}}{\left(e^b\right)^a-\frac{1}{e^{-b}e^a}}$

Exercice N° 2 : Le plan complexe est munit d'un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ d'unité 1 cm.
On fera une figure que l'on complètera au fur et à mesure des questions
On considère les points A, B, S et Ω d'affixes respectives $a = -2+4i$, $b = -4+2i$, $s = -5+5i$ et $\omega = -2+2i$.

1. On considère les points C et D, d'affixes respectives c et d, définis par $\overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SD} = 3\overrightarrow{SB}$. Calculer c et d.
2. Montrer que A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
3. Démontrer que la droite $(S\Omega)$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
4. Déterminer p, l'affixe du point P, milieu du segment $[AC]$.
5. Démontrer que $\frac{\omega-p}{d-b} = -\frac{1}{2}i$. En déduire une mesure de l'angle orienté $\widehat{\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{P\Omega}}$.
6. Soit Q le milieu du segment $[BD]$. Que représente le point Ω pour le triangle PQS ?

Exercice N° 3 : Raymond van Barneveld joue aux fléchettes avec la cible suivante



On admet que la flèche est toujours placée dans le carré et que la probabilité de placer une flèche dans une zone quelconque du carré est proportionnelle à l'aide de cette zone.
Raymond lance une flèche. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de points obtenus.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Déterminer l'espérance et l'écart type de X.

Exercice N° 4 : On étudie un mouvement aléatoire d'une puce. Cette puce se déplace sur trois cases notées A, B et C.
À l'instant 0, la puce est en A.
Pour tout entier naturel n,

— si à l'instant n la puce est en A, alors elle se déplace en B avec probabilité égale à $\frac{1}{3}$ et en C avec probabilité égale à $\frac{2}{3}$,

— si à l'instant n la puce est en B alors, elle se déplace en C avec probabilité égale à $\frac{1}{2}$ et en A avec probabilité égale à $\frac{1}{2}$,

— si à l'instant n la puce est en C alors, elle reste en C.

On note A_n (respectivement B_n et C_n) l'évènement « À l'instant n, la puce est en A » (respectivement « À l'instant n, la puce est en B » et « À l'instant n, la puce est en C »).
On note a_n (respectivement b_n et c_n) la probabilité de l'évènement A_n (respectivement B_n et C_n).

1. Que valent a_0, b_0 et c_0 ?
2. Calculer a_k pour $k \in \{1, 2, 3\}$.
3. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$$a_n + b_n + c_n = 1 \text{ et } \begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2} b_n \\ b_{n+1} = \frac{1}{3} a_n \end{cases} .$$
4. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+2} = \frac{1}{6} a_n$.
5. En déduire que, pour tout $p \in \mathbb{N}$, $a_{2p} = \left(\frac{1}{6}\right)^p$, $a_{2p+1} = 0$, $b_{2p} = 0$ et $b_{2p+1} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^p$.
6. Montrer les suites (a_n), (b_n) et (c_n) convergent et déterminer leurs limites respectives.

Exercice N° 5 : Calculer les intégrales qui suivent.

1. $\int_1^2 \frac{t-1}{t^2} \times e^t \, dt$.
2. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \, dx$.
3. $\int_1^e \frac{\cos(\ln(u))}{u} \, du$.
4. Pour $\beta \in \mathbb{R}$, $\int_2^8 \frac{1}{s \ln(s)^\beta} \, ds$.

Exercice N° 6 : Résoudre les équations suivantes

1. $2\sin^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$.
2. $1 + \sqrt{2}\sin(2x) + \cos(4x) = 0$.
3. $\cos^4(x) + \sin^4(x) = 0$.
4. $\cos(3x) + \sin(3x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Exercice N° 7 : On rappelle que le symbole Σ désigne en général la somme en mathématiques. Ainsi, lorsqu'on écrit $\sum\limits_{k=0}^{n} u_k$, on lit la somme des nombres u_k pour k variant de 0 à n.
Par exemple, $\sum\limits_{k=0}^{2} k^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 = 5$.
Dans la suite, n désigne un entier naturel quelconque.

1. (a) Montrer par récurrence que $\sum\limits_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.

   (b) Montrer par récurrence que $\forall q \in \mathbb{C}, \ \sum\limits_{k=0}^{n} q^k = \begin{cases} n+1 & \text{si } q = 1 \\ \frac{1-q^{n+1}}{1-q} & \text{sinon} \end{cases}$.

2. (a) Calculer $\sum\limits_{k=n}^{2n} k$.

   (b) Calculer $\sum\limits_{k=0}^{n} (2^k + 3^{k+1})$.

   (c) Pour n non nul, calculer $\sum\limits_{k=1}^{n} 2^k 3^{n-k}$.

3. Un peu plus difficile, calculer $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 2^k$.

Exercice N° 8 : Soit $a < b$ deux réels. Soient f_1 et f_2 deux fonctions de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$ et f la fonction de $[a, b]$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f = f_1 + i f_2$.
Si f_1 et f_2 sont continues, on définit l'intégrale de f par :

$$\int_a^b f(t)\ dt = \int_a^b f_1(t)\ dt + i \int_a^b f_2(t)\ dt.$$

Si f_1 et f_2 sont dérivables alors on définit la dérivée de f par $f' = f_1' + i f_2'$.
On rappelle que pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$. On pose alors, pour tout $z = a + ib$ dans $\mathbb{C}$ (avec $a, b \in \mathbb{R}$), $e^z = e^a \times e^{ib}$, et on rappelle, ou admet, que pour tous $z, z' \in \mathbb{C}$, $e^{z+z'} = e^z \times e^{z'}$.

1. Soit $z = a + ib$ comme plus haut. Exprimer e^z sous forme algébrique.
2. Soient $c \in \mathbb{C}$ et $f : x \mapsto e^{cx}$. Exprimer la dérivée de f. Que dire d'une primitive de f ?
3. Calculer
$$\lim_{A \to +\infty} \int_0^A e^{-x} \cos(x)\ dx \text{ et } \lim_{A \to +\infty} \int_0^A e^{-x} \sin(x)\ dx.$$
4. Calculer, par la même méthode,
$$\int_0^\pi e^{\cos(x)} \cos(x + \sin(x))\ dx \text{ et } \int_0^\pi e^{\cos(x)} \sin(x + \sin(x))\ dx.$$