



Livret de révision de Mathématiques de la 2^{ème} à la 1^{ère} enseignement scientifique

En septembre, vous entrerez au lycée en classe de première avec l'enseignement scientifique de mathématiques. Vous aurez 1h30 de mathématiques par semaine.

Le programme repose sur l'ensemble des notions vues en seconde, les approfondit et en développe de nouvelles.

Des bases solides en mathématiques sont indispensables pour réussir dans l'Enseignement Supérieur dans beaucoup de domaines scientifiques ou économiques.

Les exercices seront parfois plus abstraits ; savoir s'imposer de comprendre et mémoriser les méthodes, de refaire les exercices chez soi après avoir assimilé le cours est une des clés de la réussite, à condition d'être particulièrement concentré et actif en classe.

Il est fortement inspiré des travaux de l'IREM de Clermont Ferrand - Groupe Aurillac-Lycée et du livret de liaison du Lycée Louis Bascan (78).

Il propose des exercices à traiter avant la rentrée pour envisager plus sereinement l'année de première, enseignement scientifique de mathématiques.

Ce travail sera d'autant plus efficace si vous le faites avec sérieux et de manière autonome. Il est préférable de le commencer au moins 15 jours avant la rentrée.

Une correction sera déposée sur pearltrees ou sur le site du lycée à la fin du mois d'août.

Ce livret d'exercices reprend une partie des attendus de fin de 2^{nde} et propose **des exercices d'entraînement, des cartes mentales, pour aborder l'année de première dans de bonnes conditions.**

Ce livret est à conserver pour la classe de première. Il pourra être un outil vers lequel vous pourrez vous reporter autant que besoin.

En attendant : très bonnes vacances !

Mme Duchaillet

Diviseurs et multiples

a est un multiple de b }
 b est un diviseur de a } s'il existe un entier k tel que $a = k \times b$
 a est divisible par b }

Exemple : 42 est un multiple de 7 car $42 = 7 \times 6$

Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible par 2 si et seulement si le chiffre des unités est : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8

Un nombre entier est divisible par 5 si et seulement si le chiffre des unités est : 0 ou 5.

Un nombre entier est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Un nombre entier est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Nombres premiers

Définition : Un nombre entier naturel est un nombre premier s'il n'admet que deux diviseurs entiers naturels distincts : 1 et lui-même.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; ...

Décomposition : Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 s'écrit comme produit de facteurs de nombres premiers. Cette décomposition est unique.

Exemple : $28 = 2 \times 2 \times 7$; $45 = 3 \times 3 \times 5$

Les entiers naturels : \mathbb{N}
0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; ...

Les entiers relatifs : \mathbb{Z}

... ; -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ...

Les ensembles de nombres

Nombres pairs et impairs

Définitions : Un entier a est un nombre pair s'il existe un entier k tel que $a = 2 \times k$

Un entier a est un nombre impair

s'il existe un entier k tel que $a = 2 \times k + 1$

Les nombres décimaux : \mathbb{D}
-10 ; 0 ; 2 ; 2,56 ; -3,65 ; $\frac{2}{10^7}$; ...

Un nombre décimal s'écrit $\frac{a}{10^n}$ avec a un entier et n un entier naturel. Il admet aussi une partie décimale qui peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres

Propriété : le carré d'un nombre impair est impair.

Les nombres rationnels : \mathbb{Q}
-18 ; 22 ; 0 ; 2,56 ; -3,6 ; $\frac{1}{3}$

Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec a un entier et b un entier non nul

Les nombres irrationnels : $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 π ; $\sqrt{2}$; $-\pi$; $-\sqrt{2}$; ...

Les nombres réels : \mathbb{R}
Tous les nombres connus en 2nde

Un nombre décimal avec une partie décimale périodique est un nombre rationnel : 1,256256256256...

Appartient ou est inclus ?

\in ; \notin : s'utilisent pour exprimer **qu'un nombre** appartient à un ensemble.

\subset ; $\not\subset$: s'utilisent pour exprimer **qu'un ensemble** est inclus dans un ensemble.

Un ensemble de plusieurs nombres s'écrit entre accolades : { }

$\{2; 23; 56\} \subset \mathbb{N}$

$23 \in \mathbb{N}$

Vocabulaire

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} a \text{ numérateur} \\ b \text{ dénominateur} \end{array} \quad b \neq 0$$

$\frac{a}{b}$ est irréductible si le seul diviseur commun à a et b est 1

Inverse d'un nombre

L'inverse d'un nombre a non nul est $\frac{1}{a}$
L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Prendre une fraction d'une quantité

On multiplie la fraction par cette quantité :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Egalité

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } a \times d = b \times c$$

Fractions

Produit

On multiplie :
Les numérateurs entre eux
et les dénominateurs entre eux

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Somme et différence

On met les fractions sur le même dénominateur
On additionne ou soustrait les numérateurs
On conserve le dénominateur commun

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{b \times d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} - \frac{c \times b}{b \times d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

Quotient

Diviser par un nombre différent de zéro revient à multiplier par l'inverse de ce nombre

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$$A = \frac{1}{6} - \frac{5}{9} + \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3 \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right) \quad \text{et} \quad C = \frac{\frac{3}{2} - \frac{7}{5}}{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}} + 1$$

a est un nombre relatif et
 n est un **entier positif non nul**.
 a^n est une **puissance du nombre a**
 n est appelé l'**exposant**

$a \times 10^p$ avec $1 \leq a < 10$
et p un nombre entier relatif
 p est l'ordre de grandeur

Cette notation permet de comparer plus facilement des grandeurs ayant même unité

Vocabulaire

Ecriture scientifique

n est un entier positif non nul.

- $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$
- si $a \neq 0, a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}}$
- Par convention $a^0 = 1$, avec $a \neq 0$

Puissances

Puissance d'un même nombre

Puissance d'un même exposant

n et m sont deux entiers relatifs non nuls

n et m sont deux entiers relatifs non nuls

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

- $(ab)^m = a^m \times b^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Somme de puissances

Attention aux parenthèses !

On calcule chaque terme de la somme !

$$5 \times 10^2 + 3 \times 10^{-2} = 500 + 0,03 = 500,03$$

- $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ et $-5^2 = -5 \times 5 = -25$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ et $\frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$
- $(2+1)^2 = 3^2 = 9$ et $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

Exercice 2 : Calculer sans calculatrice.

$$A = \frac{5^{27} - 5^{29}}{5^{28}} \quad ; \quad B = \frac{2^5 \times 4^{-5}}{8} \quad ; \quad C = \frac{3^{-6} \times 5^5}{(5^2)^3 \times 3^{-5}} \quad ; \quad D = \frac{8^2 \times 9^{-5}}{3^{-11} \times 2^8} \quad ; \quad E = \frac{3^{2023} + 3^{2023} + 3^{2023}}{3^{2023}}$$

Aucun nombre n'a pour carré un nombre négatif. Ainsi écrire « racine carrée de -9 » n'a pas de sens !!

$\sqrt{25} = 5$ car $5^2 = 25$; $\sqrt{144} = 12$ car $12^2 = 144$
 Pour $x \geq 0$, $\sqrt{4x^2} = 2x$ car $(2x)^2 = 2x \times 2x = 4x^2$

Soit a un nombre positif. La racine carrée de a , notée \sqrt{a} est le **seul nombre positif** dont le carré est égal à a , c'est-à-dire tel que $(\sqrt{a})^2 = a$

Définition

a est un nombre réel

- Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions : $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a} .
- Si $a = 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet une solution : 0 .
- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'admet aucune solution

$x^2 = 7 \Leftrightarrow x = -\sqrt{7}$ ou $x = \sqrt{7}$; $x^2 = -8$ n'a pas de solution

Résolutions d'équations

Somme

ATTENTION :

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ sauf si a ou b est nul
 Il faut effectuer les calculs sous le radical $\sqrt{\quad}$ avant de calculer la racine carrée.
 $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
 On constate donc que $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

Produit

Pour tous nombres a et b **positifs ou nuls**, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
 $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

Quotient

Pour tous nombres a et b **positifs**,

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b > 0)$$

$$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{21}{27}} = \sqrt{\frac{3 \times 7}{3 \times 9}} = \sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

Les racines carrées

Opérations

Simplifications d'écritures

On préfère écrire une racine carrée sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un nombre entier **positif** et b entier **positif** le plus petit possible.

$$\sqrt{a^2 \times b} = a \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{50} + 6\sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} + 6\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = (5 + 6) \times \sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

On préfère écrire un quotient sans radical au dénominateur.

Pour cela, on utilise $(\sqrt{a})^2 = a$

$$\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

Pour cela, on utilise l'expression conjuguée
 L'expression conjuguée de $2 + \sqrt{7}$ est $2 - \sqrt{7}$

$$\frac{3}{2 + \sqrt{7}} = \frac{3 \times (2 - \sqrt{7})}{(2 + \sqrt{7})(2 - \sqrt{7})} = \frac{6 - 3\sqrt{7}}{2^2 - (\sqrt{7})^2}$$

$$= \frac{6 - 3\sqrt{7}}{4 - 7} = \frac{6 - 3\sqrt{7}}{-3} = -2 + \sqrt{7}$$

Exercice 3 : Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

$$A = \sqrt{48} ; B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48} ; C = \sqrt{36 + 64} ;$$

Exercice 4 : Ecrire sans radical au dénominateur et simplifier les expressions.

$$A = \frac{3}{2 + \sqrt{7}} ; B = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} ; C = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$$

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par

$$f(x) = 2x - 3 + \frac{1}{x + 1}$$

1. Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a :

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 2}{x + 1}$$

2. Effectuer les calculs d'image suivants. On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

a. $f\left(\frac{2}{3}\right)$; b. $f(\sqrt{5})$; c. $f(\sqrt{3} - 1)$

Une expression algébrique contient des nombres et des lettres (qui symbolisent des nombres), ainsi que des opérations et des parenthèses.
Exemple : $2(x + 7) - 3x^2 + 4y + 29$ est une expression algébrique

Définition ?

Développer une expression algébrique écrite sous la forme d'un produit consiste à l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).

Réduire une expression algébrique c'est la simplifier

Pourquoi ?

Développer permet :
- de simplifier l'expression
- de faire du calcul mental
- d'utiliser une forme plus adaptée au travail à effectuer !

Développer et réduire

Comment ?

En utilisant la simple distributivité :

$$k(a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k(a - b) = k \times a - k \times b$$

En utilisant la double distributivité :

$$(a + b)(c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d) \\ = ac + ad + bc + bd$$

En utilisant les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Factoriser une expression algébrique écrite sous la forme d'une somme consiste à l'écrire sous la forme d'un produit.

Définition ?

Factoriser

Pourquoi ?

Factoriser permet :
- de faire du calcul mental
- de résoudre des équations
- d'utiliser une forme plus adaptée au travail à effectuer !

Comment ?

En utilisant la simple distributivité : on remarque un facteur commun :

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k(a - b)$$

En utilisant les identités remarquables :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exercice guidé : développer des expressions

Complète les pointillés :

$$A = 2(3x - 1)^2 - (5x + 3)(2 - 3x)$$

$$A = 2(\dots x^2 - \dots + 1) - (10x - \dots + \dots - \dots)$$

$$A = 18x^2 - \dots + 2 - 10x + \dots - \dots + \dots \text{ donc } A = \dots$$

Exercice guidé : factoriser des expressions.

Complète les pointillés

$$A = 6x + 3 + 4(2x + 1)^2$$

$$A = \dots (2x + 1) + 4(2x + 1)(\dots)$$

$$A = (2x + 1)(\dots + 4(\dots))$$

$$A = (2x + 1)(\dots + 8x + \dots) \text{ donc } A = \dots$$

Exercice guidé : factoriser des expressions.

Complète les pointillés

$$A = 36x^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = (\dots)^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = ((6x) + (\dots))((6x) - (\dots))$$

$$A = (6x \dots)(6x \dots) \text{ donc } A = \dots$$

Exercice guidé : écrire sous d'une seule fraction

Compléter les pointillés.

$$A = 4 + \frac{10}{x - 5}$$

$$A = \frac{4 \times (\dots - \dots)}{x - 5} + \frac{10}{x - 5}$$

$$A = \frac{(\dots + \dots)}{x - 5} + \frac{10}{x - 5} \text{ donc } A = \frac{\dots - \dots}{x - 5}$$

Exercice 6 : Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2 ; B = 4(x - 6)^2 - 3(5x + 3)(5x - 3) ; C = (6x - 7)^2 + (5x + 10)^2$$

$$D = -(8x + 4)(3x - 10) - (6x - 3)(6x + 3)$$

Exercice 7 : Factoriser les expressions suivantes

$$A = (x^2 - 4) - (x + 2)^2 ; B = (4x - 3)^2 - 25x^2 ; C = 49 - (7x + 2)^2$$

Exercice 8 : Ecrire sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

$$A = \frac{2x}{3x - 1} - 5 ; B = \frac{4}{2x + 6} - \frac{3}{x - 5}$$

Exercice 9 :

Une piscine propose deux formules pour le paiement des entrées.

- Première formule : abonnement annuel de 20€, plus 2 € par entrée ;
- Deuxième formule : 5€ par entrée.

1. Donne dans chacun des cas le prix payé en fonction de x entrées.
2. Calcule le prix payé suivant les deux formules pour 4 entrées et pour 25 entrées.
Dans chaque cas, quelle est la formule la plus avantageuse ?

| | | | | | | | | | |
|--------|-----|----|----|----|----|-----|----|----|---------------|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ← antécédents |
| $f(x)$ | -15 | 2 | 5 | 0 | -7 | -10 | -3 | 20 | ← images |

L'image de 1 est 10. Un antécédent de 5 est -2

Si f est définie par son tableau de valeurs

Si f est définie par son tableau de valeurs

Comment déterminer un antécédent ?

Comment déterminer une image ?

Si f est définie par son expression $f(x)$

Pour calculer un antécédent de 2 par f , on résout $f(x) = 2$

Si f est définie par son expression $f(x)$

Pour calculer l'image de 2 par f , on calcule $f(2)$

En utilisant les définitions

f est **croissante sur I** signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I, si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \leq f(x_2)$: **conservation de l'ordre**
 f est **décroissante sur I** signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I,

si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \geq f(x_2)$: **inversion de l'ordre**

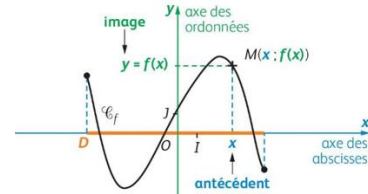
f est **constante sur I** signifie pour tous réels x_1 et x_2 de I, $f(x_1) = f(x_2)$.

f est **monotone sur I** signifie que soit f est croissante sur I, soit f est décroissante sur I.

$f(a)$ est **le maximum de f sur I** si, pour tout réel x de I : $f(x) \leq f(a)$

$f(a)$ est **le minimum de f sur I** si, pour tout réel x de I : $f(x) \geq f(a)$

Si f est définie par sa courbe



D est l'ensemble de définition

Comment déterminer l'ensemble de définition ?

Si f est définie par son expression $f(x)$

- Si f est une fonction polynôme alors D est \mathbb{R}
- Si $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$ alors $D =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$
- Si $f(x) = \sqrt{3x+5}$ alors $D = [-\frac{5}{3}; +\infty[$

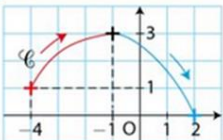
Les fonctions

Comment déterminer l'appartenance d'un point à la courbe ?

Soit $A(x_A; y_A)$ On vérifie que $y_A = f(x_A)$.

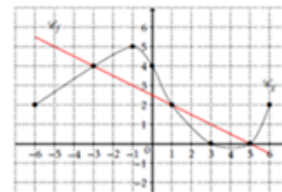
Comment déterminer les variations, les extrema ?

En utilisant la représentation graphique : **Tableau de variations**



| | | | |
|--------|----|----|---|
| x | -4 | -1 | 2 |
| $f(x)$ | 1 | 3 | 0 |

Tableau de signes



| | | | | |
|--------|----|---|---|---|
| x | -6 | 3 | 5 | 6 |
| $g(x)$ | + | 0 | - | + |

Comment résoudre des équations et inéquations graphiquement ?

$f(x) = k$: on cherche les antécédents de k .

$f(x) = g(x)$: on cherche les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g

$f(x) \geq k$: on cherche les abscisses des points de C_f pour lesquels leur ordonnée est supérieure ou égale à k .

$f(x) < k$: on cherche les abscisses des points de C_f situés strictement en dessous de C_g .

Comment déterminer la parité d'une fonction ?

Si f est définie sur I :

Pour tout x de I, si $-x$ appartient à I et si $f(-x) = -f(x)$

f est impaire

C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère

Si f est définie sur I :

Pour tout x de I, si $-x$ appartient à I et si $f(-x) = f(x)$

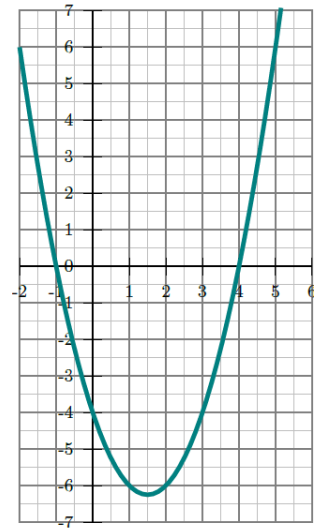
f est paire

C_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice 10 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 3x - 4$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

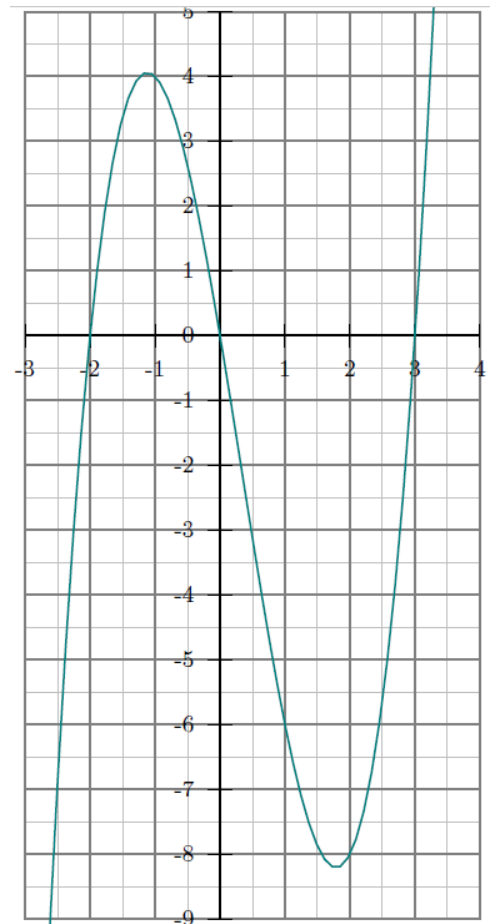
- a. Déterminer graphiquement l'image par f de 5.
b. Retrouver ce résultat par le calcul.
- Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f .
- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$.
- Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- Dresser le tableau de signes de la fonction f .



Exercice 11 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

- a. Déterminer graphiquement l'image par f de $\frac{-3}{2}$.
b. Retrouver ce résultat par le calcul.
- a. Développer $(x - 3)(x + 2)$.
b. En déduire l'expression factorisée de f .
c. Calculer les antécédents de 0 par f .
d. Retrouver graphiquement les résultats.
- Dresser le tableau de variation de la fonction f par lecture graphique.
- En utilisant la factorisation de f , dresser le tableau de signes de f .
- a. Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par f .
b. Factoriser $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$.
c. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -6$.



Exercice 12 :

Une entreprise fabrique des cartes à puces électronique à l'aide d'une machine.

La fonction f représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros.

$$\text{On a } f(x) = 0,15x^2 - 0,15x + 2,9375$$

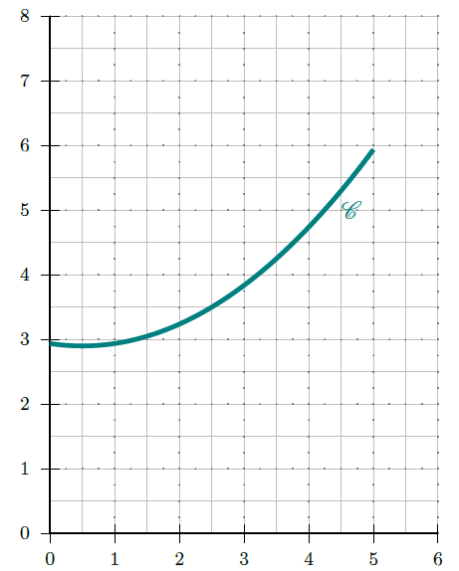
La courbe C représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.

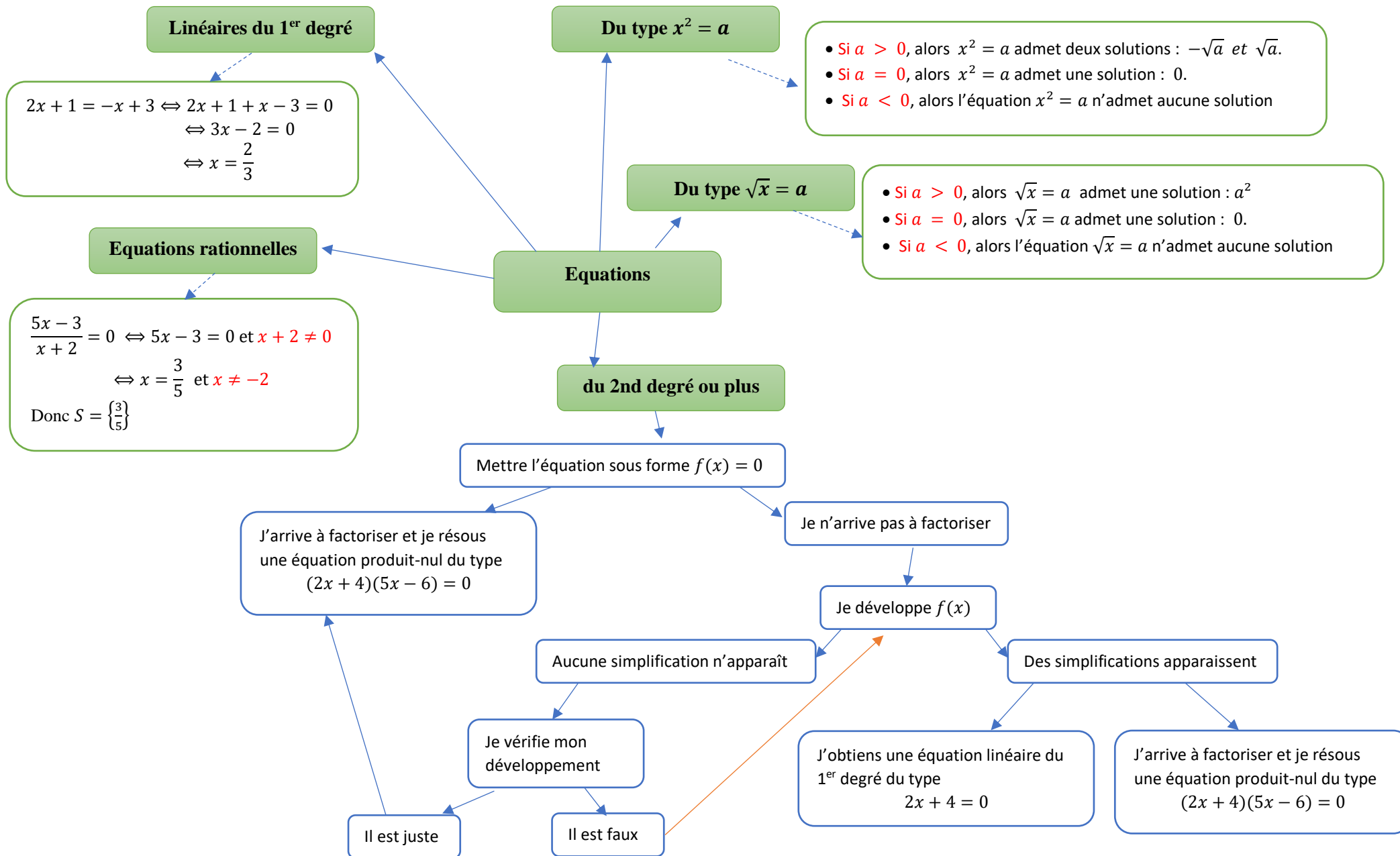
- Déterminer graphiquement le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine.
(Valeur approchée à la dizaine de cartes près)
- Chaque carte fabriquée est vendue 1,50 €. Exprimer, en fonction de x , la recette $R(x)$ perçue pour la vente de x centaines de cartes.
- Représenter graphiquement la fonction R ainsi définie.

4. Exprimer en fonction de x , le bénéfice $B(x)$ réalisé pour la fabrication et la vente de x centaines de cartes.

5. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice si $B(x) > 0$.

En utilisant le graphique, indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice.
(Valeur approchée à la dizaine près)





Exercice 13 : Résoudre les équations suivantes

a) $3(2x - 3) + 3x = 5x - 2(5 - 9x)$; **b)** $2x + 3 = -3x + 7$;

c) $(-x - 4)(-x + 7) = 0$;

d) $-x(x + 16)(2 - 5x) = 0$; **e)** $\frac{4x - 7}{5x + 3} = 0$ **f)** $\frac{5x - 6}{-2x + 5} = 4$

Exercice 14 : Résoudre les équations suivantes

a) $(5x - 1)(x - 8) - (x - 8)(2x - 1) = 0$ **b)** $2(x - 1)(x - 3.5) = 4x^2 - 28x + 49$

Linéaires du 1^{er} degré

Inéquation produit

Inéquations

Inéquation quotient

- $2x + 1 < -x + 3 \Leftrightarrow 2x + 1 + x - 3 < 0$
 $\Leftrightarrow 3x - 2 < 0$
 $\Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$ et $a = 3, a > 0$

Donc $S =]-\infty; \frac{2}{3}[$

- $-2x + 1 < -x + 3 \Leftrightarrow -2x + 1 + x - 3 < 0$
 $\Leftrightarrow -x - 2 < 0$
 $\Leftrightarrow x > \frac{2}{-1}$ et $a = -1, a < 0$

Donc $S =]-2; +\infty[$

$$(-5x - 15)(2x - 8) < 0$$

- On cherche les valeurs qui annulent le produit :

$$(-5x - 15)(2x - 8) = 0 \Leftrightarrow -5x + 15 = 0 \text{ ou } 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = 4$$

- On remplit le tableau de signes :

| | | | | |
|----------------------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -3 | 4 | $+\infty$ |
| $-5x - 15$ | $+$ | 0 | $-$ | $-$ |
| $2x - 8$ | $-$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $(-5x - 15)(2x - 8)$ | $-$ | 0 | $+$ | $-$ |

- On répond à la question en lisant la dernière ligne du tableau
 $S =]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$

Tableau de signes d'une fonction affine

- On note $f(x) = ax + b$
- On commence par déterminer la valeur de x pour laquelle $ax + b = 0$
- Si $a > 0$ alors f est croissante sur \mathbb{R} , elle est donc « d'abord négative puis positive »

| | | | |
|-------------------|-----------|----------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
| signe de $ax + b$ | $-$ | 0 | $+$ |

- Si $a < 0$ alors f est décroissante sur \mathbb{R} , elle est donc « d'abord positive puis négative »

| | | | |
|-------------------|-----------|----------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
| signe de $ax + b$ | $+$ | 0 | $-$ |

Inéquation quotient

$$\frac{-5x - 15}{2x - 8} \leq 0$$

- On cherche les valeurs qui annulent le quotient :
 $-5x - 15 = 0 \Leftrightarrow -5x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = -3$
- On cherche les valeurs interdites du quotient :
 $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$: 4 est la valeur interdite
- On remplit le tableau de signes :

| | | | | |
|---------------------------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -3 | 4 | $+\infty$ |
| $-5x - 15$ | $+$ | 0 | $-$ | $-$ |
| $2x - 8$ | $-$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $\frac{-5x - 15}{2x - 8}$ | $-$ | 0 | $+$ | $-$ |

- On répond à la question en lisant la dernière ligne du tableau
 $S =]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$

Exercice 15 :

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $6x + 7 > 4x + 10$; b) $x + 3 \leq 9x + 36$

Exercice 16 :

1. Etudier le signe de $P(x) = (-3x + 12)(7 - 2x)$.
2. En déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$.

Exercice 17 :

1. Etudier le signe du quotient

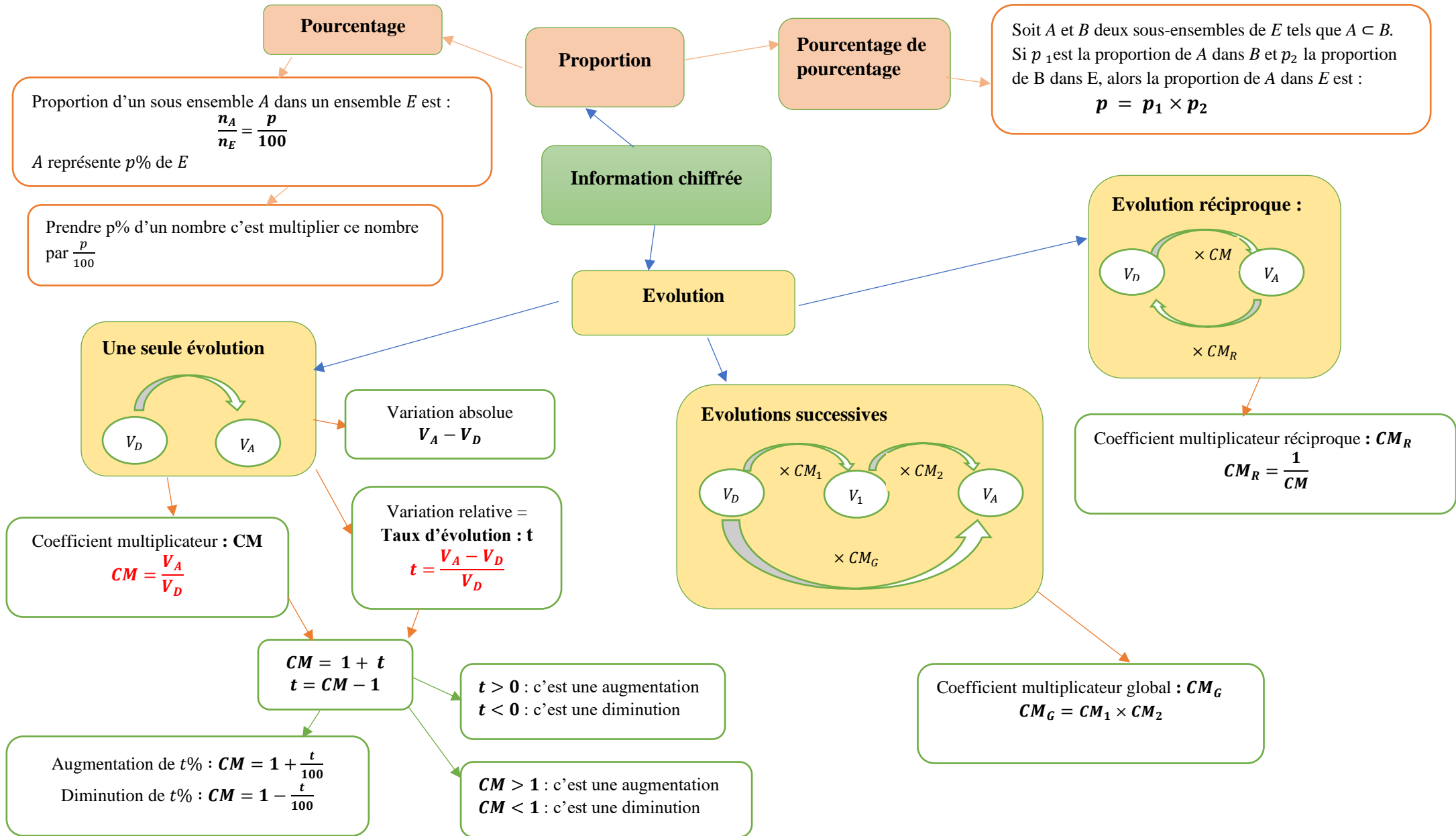
$$Q(x) = \frac{-2x + 5}{x - 3}$$

2. En déduire les solutions de l'inéquation $Q(x) \geq 0$

Exercice 18 :

Résoudre les inéquations suivantes

a) $(-7x + 8)(5x - 3) \leq 0$; b) $-4x(2x + 3)(-6x - 5) > 0$ c) $\frac{3x + 9}{x - 5} < 0$



Exercice 19 :

Dans un club de sport, il y a 450 adhérents dont 54 pratiquent le volley-ball.

- 1) Quel est le pourcentage d'adhérents qui pratiquent le volley-ball ?
- 2) Quel est le pourcentage d'adhérents qui ne pratiquent pas le volley-ball ?

Exercice 20 :

Il y a 800 élèves au lycée Alfred Hitchcock.

Dans ce lycée,

- 15% des élèves sont des filles de Première ;
- 48% des élèves de Première sont des filles ;
- 25% des filles du lycée sont en Première.

- 1) Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les calculs utiles.

| Classe \ Sexe | Filles | Garçons | Total |
|---------------|--------|---------|-------|
| Premières | | | |
| Autres | | | |
| Total | | | 800 |

- 2) Calculer le pourcentage d'élèves de Première dans ce lycée.

Exercice 21 :

Un commerçant veut revoir sa politique commerciale et avoir une meilleure compréhension du prix de vente des articles mis en vente.

- 1) Le prix d'un article A augmente de 10 % puis il diminue de 10 %. Son prix initial est-il égal à son prix de départ ?
- 2) Le prix d'un article B augmente de 20 %.

De quel pourcentage son nouveau prix doit-il baisser pour retrouver son prix initial ? (On demande un résultat avec une décimale de précision.)

- 3) Le prix d'un article C subit les variations de prix suivantes :

+7 % ; +15 % ; -10 % ; -20 % ; +12 %

Quel est le pourcentage global de variations ? (On donnera le résultat avec deux décimales de précision.)

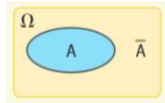
Exercice 22 :

Compléter le tableau suivant :

| Prix initial | Prix final | Taux d'évolution en pourcentage | Coefficient multiplicateur |
|--------------|------------|---------------------------------|----------------------------|
| 17 € | | + 14% | |
| | 120 € | -20 % | |
| 544 € | | | 0,915 |
| | 11 € | | 1,237 |
| 4 € | | + 7,3 % | |
| 123 € | 132 € | | |
| 11 € | 9,5 € | | |

Vocabulaire

Expérience aléatoire : expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat.
Issue : résultat possible d'une expérience aléatoire.
Univers de l'expérience aléatoire: l'ensemble des issues de l'expérience aléatoire, souvent noté Ω
Evènement : un sous-ensemble de Ω .
Evènement élémentaire : un évènement qui ne contient qu'une seule issue.
Evènement certain : un évènement toujours réalisé
Evènement impossible : un évènement jamais réalisé, noté \emptyset
Evènement contraire d'un évènement A : évènement constitué des issues n'appartenant pas à A, noté \bar{A}



On dit qu'un évènement est réalisé lorsque le résultat de l'expérience est un des éléments qui le compose.

Propriétés

- La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1
 - $P(\Omega) = 1$
 - $P(\emptyset) = 0$
- A et B deux évènements de l'univers Ω associé à une expérience aléatoire.
- $0 \leq P(A) \leq 1$
 - $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
 - $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

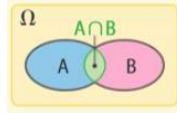
Les probabilités

Situation d'équiprobabilité

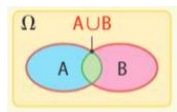
- Toutes les issues ont la même probabilité
 - A un évènement de Ω :
- $$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Réunion et intersection d'évènements

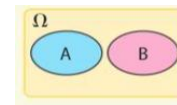
Evènement "A et B", noté $A \cap B$: évènement formé des issues qui appartiennent à la fois à A et à B.



Evènement "A ou B", noté $A \cup B$: évènement formé des issues qui appartiennent à au moins un de ces deux évènements.



Evènements incompatibles : Deux évènements ne pouvant être réalisés en même temps.

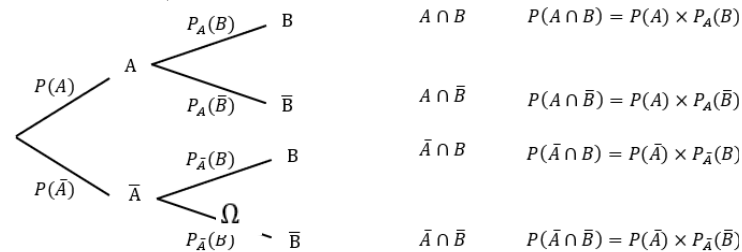


Méthode de modélisation pour dénombrer

Tableau à double entrée

Arbre

A privilégier lorsqu'il y a un contexte de chronologie (c'est-à-dire lorsque l'énoncé donne des probabilités conditionnelles)



A privilégier lorsque l'énoncé donne la valeur des probabilités des intersections des évènements.

| | | | |
|-----------|------------------|------------------------|-----------|
| | A | \bar{A} | Total |
| B | $A \cap B$ | $\bar{A} \cap B$ | B |
| \bar{B} | $A \cap \bar{B}$ | $\bar{A} \cap \bar{B}$ | \bar{B} |
| Total | A | \bar{A} | |

Exercice 27 :

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.

Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10% des élèves contractent la maladie. De plus, 3% des élèves vaccinés ont la grippe.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

| | Nombre d'élèves ayant eu la grippe | Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe | Total |
|------------------------------|------------------------------------|--|-------|
| Nombre d'élèves vaccinés | | | |
| Nombre d'élèves non vaccinés | | | |
| Total | | | 1280 |

2 On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis.

Calculer la probabilité des événements suivants :

a) A : « L'élève a été vacciné » ;

b) B : « L'élève a eu la grippe » ;

c) C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».

3) On choisit au hasard l'un des élèves non vaccinés. Calculer la probabilité de l'événement D : « L'élève a eu la grippe »

Paramètres de position

Moyenne pondérée :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{N}$$

Linéarité de la moyenne : Soit a et b deux réels. Si la série statistique de valeurs x_i a pour moyenne \bar{x} , alors la série de valeurs $y_i = a \times x_i + b$ a pour moyenne $\bar{y} = a \times \bar{x} + b$

Médiane M_e : nombre tel qu'au moins 50% des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales et au moins 50% lui sont supérieures ou égales.

Pour déterminer la médiane : On ordonne **les valeurs** de la série **par ordre croissant**.

- **Si N est impair**, la médiane M_e est la valeur centrale du caractère c'est-à-dire la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$ de la série ordonnée.
- **Si N est pair**, la médiane M_e est la moyenne des deux valeurs centrales du caractère c'est-à-dire la moyenne des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$ de la série ordonnée.

Série statistique :

| | | | | |
|----------|-------|-------|-----|-------|
| Valeur | x_1 | x_2 | ... | x_p |
| Effectif | n_1 | n_2 | ... | n_p |

Effectif total : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

Effectif cumulé croissant d'une valeur : somme des effectifs des valeurs qui lui sont inférieures ou égales.

Fréquence d'une valeur : $f_i = \frac{n_i}{N}$

Ecart interquartile : $Q_3 - Q_1$

L'écart interquartile mesure la dispersion autour de la médiane. Il contient environ 50% des valeurs de la série

Paramètres de dispersion

Quartile Q_1 : la plus petite valeur de la série, telle qu'au moins 25% des valeurs lui sont inférieures ou égales.

Quartile Q_3 : la plus petite valeur de la série, telle qu'au moins 75% des valeurs lui sont inférieures ou égales.

Pour déterminer les quartiles : on ordonne **les valeurs** de la série **par ordre croissant**.

Pour le 1^{er} quartile, on cherche le 1^{er} entier j supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$. Alors $Q_1 = x_j$.

Pour le 3^{ème} quartile, on cherche le 1^{er} entier k supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$. Alors $Q_3 = x_k$

Etendue : différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur

Variance : V

Ecart-type : σ

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p \times (x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{V}$$

σ mesure la dispersion autour de la moyenne. Pour des séries dont la moyenne est proche, la série la plus dispersée est celle dont l'écart-type est le plus grand

Exercice 28 :

On donne maintenant le nombre d'essais inscrits par le Castres Olympique au cours de la saison 2018/2019 :

| | | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'essais | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nombre de matchs | 4 | 7 | 9 | 3 | 1 | 2 |

- 1) Déterminer le nombre moyen d'essais par match.
- 2) Déterminer la fréquence en % de chaque catégorie. Arrondir au centième.
- 3) Déterminer la médiane de la série statistique. En donner une interprétation concrète.
- 4) Déterminer le premier et le troisième quartile de la série.

Exercice 29 :

Dans une entreprise, le salaire mensuel moyen est de 2102 €. L'entreprise annonce qu'elle va reverser une prime de 150 € à tous ses employés le mois prochain.

Quel sera alors le revenu moyen (salaire + prime) des employés de cette entreprise ?

Exercice 30 :

Les opérateurs téléphoniques doivent mettre à disposition de leurs clients une offre de service en langue des signes française. Le rapport du 3^{ème} trimestre 2022 de l'ARCEP donne les notes données à ce service par les utilisateurs.

- 1) Calculer la moyenne \bar{x} et l'écart-type σ des notes.
- 2) Quel pourcentage des notes se trouvent dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$?

| | | | | | |
|----------|------|-----|------|------|--------|
| Notes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Effectif | 1239 | 384 | 1135 | 3182 | 21 909 |