Devoirs

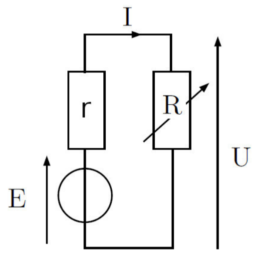
# DM 0 : Quelques révisions de PCSI

Ces exercices de révisions sont à rendre le jour de la rentrée. Ils sont un support pour la révision des thèmes : électrocinétique, mécanique et thermodynamique.

## Électrocinétique

### Exercice 1 – Adaptation de puissance - Réalisation d'un radiateur électrique

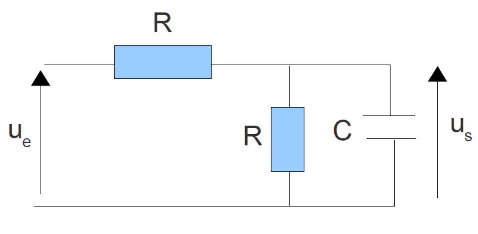
On considère une résistance variable $R$ alimentée par un générateur caractérisé par sa représentation de Thévenin de f.e.m $E$ et de résistance interne $r$. Afin de réaliser un radiateur électrique le plus efficace possible, on cherche à rendre maximale la puissance dissipée par effet Joule.



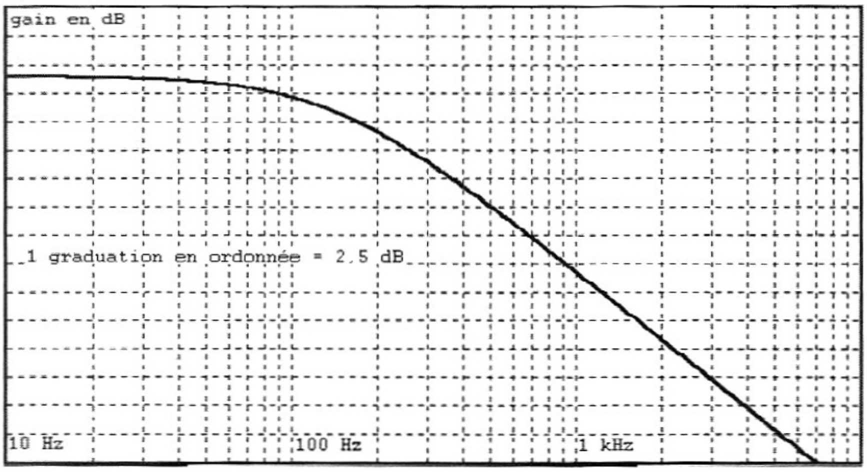

1. Déterminer l'expression de la puissance $P_J$ dissipée par effet Joule dans la résistance $R$ en fonction de $E$,$R$, et $r$.
2. Montrer que $P_J$ (qui dépend de $R$) est maximale pour une valeur particulière de $R$. Quand $R$ est égal à cette valeur, on dit alors que le montage est adapté.
3. Le rendement du transfert est défini par $\eta = \dfrac{P_J}{P_G}$ où $P_G$ représente la puissance fournie par la force électromotrice $E$ du dipôle.
   (a) Représenter graphiquement $\eta(R)$.
   (b) Que vaut le rendement lorsque le montage est adapté ?
   (c) Commenter l'allure de courbe pour $R \to \infty$.

### Exercice 2 – Filtre RC

On étudie le filtre ci-dessous.




1. En effectuant un schéma équivalent en BF (basse fréquence), puis un autre en HF (haute fréquence), déterminer sans calculs le type de ce filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre en fonction de $R$ et $C$.
3. Déterminer sa pulsation de coupure $\omega_c$ en fonction de $R$ et $C$.
4. On a tracé ci-dessous le diagramme de Bode en gain de ce filtre. Déterminer un ordre de grandeur du produit $RC$.




5. On dispose en TP de résistances de $100\,\Omega$. Quelle valeur de $C$ choisir pour réaliser ce filtre ?
6. On veut utiliser ce filtre pour enlever un bruit à 10 kHz présent dans un signal électrique à 50 Hz. Est-ce possible ? Justifier avec l'allure des spectres du signal d'entrée et de sortie.

# Mécanique

## Exercice 3 – Looping

Un skater assimilé à un point matériel M de masse $m$, se lâche sans vitesse initiale depuis le point A d'une rampe, situé à une hauteur $h$ au-dessus de O, point le plus bas de la rampe. A partir du point O, la rampe a une forme cylindrique de rayon $a$ : le skater peut rouler à l'intérieur de ce cylindre en restant dans le plan vertical $(Oxy)$, et éventuellement faire le tour complet. Le contact est sans frottement sur toute les surfaces.

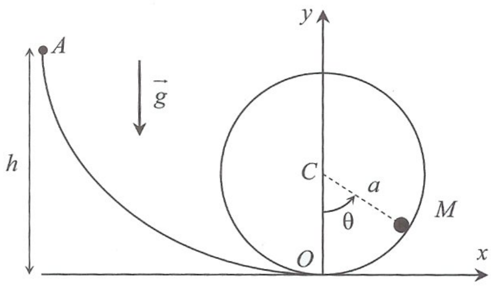



**Figure 1** – Schéma de la rampe

On note $\vec{g} = -g\vec{e_y}$ l'accélération de la pesanteur, et on désigne par $\vec{e_r} = \dfrac{\overrightarrow{CM}}{CM}$ le vecteur unitaire radial par rapport au cercle.

1. Déterminer la norme $v_O$ de la vitesse du skater lorsqu'il arrive en O, en utilisant un théorème énergétique.
2. Déterminer la norme $v_M$ de la vitesse du skater lorsqu'il arrive en un point M quelconque du cercle repéré par l'angle $\theta$.
3. Montrer que la réaction exercée par le support cylindrique sur le skater s'exprime :

$$\vec{R} = -mg\left(\frac{2h}{a} + 3\cos\theta - 2\right)\vec{e_r}$$

4. Que se passe-t-il si, en un certain point du cylindre, $v$ s'annule alors que $\vec{R}$ est non nul ? (aucun calcul attendu).

5. Que se passe-t-il si, en un certain point du cylindre, $\vec{R}$ s'annule alors que $v$ est non nulle ?
6. Déterminer la valeur minimale que doit avoir la hauteur $h$ pour que le patineur puisse faire un tour complet du cylindre.

## Exercice 4 – Suspension d'une voiture

La suspension d'une voiture est assurée par quatre systèmes supposés identiques et indépendants, montés entre le châssis et chaque arbre de roue. Ils sont constitués chacun :

— d'un ressort hélicoïdal de constante de raideur $k = 22\,\text{kN}$ et de longueur à vide $L_0$ ;

— d'un amortisseur tubulaire à piston, fixé parallèlement au ressort, exerçant une force de frottement visqueux linéaire $\vec{f} = -\mu \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \vec{u}_z$ avec $\mu = 800\,\text{SI}$.

**Figure 2** – Schéma d'un amortisseur

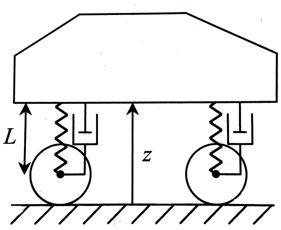



**Figure 3** – Modélisation de la voiture

On suppose que la masse $M = 1200\,\text{kg}$ de la voiture est toujours également répartie entre les quatre systèmes, de sorte qu'au niveau d'une roue, le système est équivalent à une caisse de masse $m = 300\,\text{kg}$ indépendante du reste du véhicule.

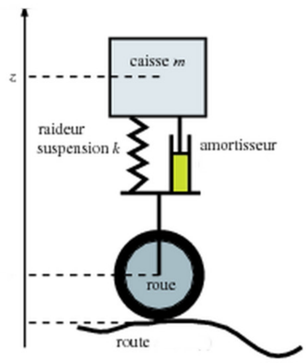



**Figure 4** – Modélisation de la suspension au niveau d'une roue

L'origine O du repère est prise au centre de masse G de la caisse lorsque celle-ci est immobile par rapport à l'axe vertical $Oz$ dans sa position d'équilibre.
On note $\overrightarrow{OG}(t) = z(t)\vec{u}_z$ la position du centre de masse de la caisse à l'instant $t$.
La voiture rencontre une bosse à l'instant initial. A cet instant, $z(0) = z_0 = 5\,\text{cm}$ et $\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0} = 0$.

1. Préciser l'unité de $\mu$.
2. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur le système et les représenter sur un schéma.
3. Écrire l'équation du mouvement vertical de G satisfaite par $z(t)$.
4. Montrer, en utilisant les valeurs numériques, que le mouvement de G est pseudo-périodique.

5. La fonction $z(t)$ étant de la forme $z(t) = A\exp(-\alpha t)\cos(\omega_0 t + \varphi)$, donner l'expression de $\alpha$ en fonction de $m$ et $\mu$ ainsi que l'expression de $\omega_0$ en fonction de $\mu$, $m$ et $k$.
6. Calculer la valeur numérique de la pseudo-période $T$ du mouvement.
7. Exprimer $A$ et $\tan\varphi$ en fonction de $z_0$, $\alpha$ et $\omega_0$. Calculer numériquement $A$ et $\varphi$. Tracer l'allure de $z(t)$.

### Exercice 5 – Satellite circulaire

Dans le référentiel géocentrique (supposé galiléen), un satellite artificiel de masse $m$ se déplace suivant une orbite circulaire de rayon $r = R + h$ autour du centre de la terre ($h$ étant son altitude par rapport à la surface terrestre). Ce mouvement peut s'étudier simplement à l'aide du principe fondamental de la dynamique (PFD).

1. Montrer que la vitesse $v$ est constante puis donner sa valeur en fonction de $G$, $M_T$, $R$ et $h$.
2. En déduire la période $T$ du mouvement, et que la constante $\dfrac{T^2}{r^3}$ est la même pour tous les satellites. Donner le nom de cette loi.
3. Exprimer l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite ; quelle est la relation simple entre les deux ? Commenter le signe de l'énergie mécanique.
4. Un satellite est dit géostationnaire s'il est immobile par rapport au référentiel terrestre. Quelle est alors sa période ? En déduire son altitude $h$.

Données : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg $R_T = 6400$ km

## Thermodynamique

### Exercice 6 – Moteur de Carnot

On considère un moteur fonctionnant avec un gaz parfait selon un cycle de Carnot entre les températures $T_1$ et $T_2 > T_1$.

1. Représenter en couleur dans le diagramme de Clapeyron, l'allure des deux isothermes.
2. Représenter ensuite le cycle réversible en indiquant la nature de chaque partie du cycle.
3. Définir le rendement de ce moteur.
4. Exprimer ce rendement en fonction de $T_1$ et $T_2$.
5. On réalise un autre moteur fonctionnant suivant un cycle non réversible avec les mêmes températures $T_1$ et $T_2$. Que peut - on dire du rendement de ce moteur ?

### Exercice 7 – Moteur de Stirling

De l'air, assimilé à un gaz parfait de coefficient $C_P/C_V = \gamma$, effectue le cycle de Stirling ABCD, composé de 2 isothermes et de 2 isochores. On donne : $V_A = 0{,}1$ L et $V_D = 1$ L, $T_A = 150$ K et $T_C = 320$ K, $P_C = 1$ bar.

1. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. Calculer $P$, $V$ et $T$ en A, B, C et D, ainsi que les différents transferts énergétiques du cycle.
3. Définir le rendement $\eta$ de ce moteur et déterminer sa valeur. Le c omparer au rendement de Carnot. Commenter ce résultat.
4. Déterminer l'expression littérale de l'entropie créée $S_c$ lors du refroidissement isochore à $T_A$ en fonction des données du sujet. En quelle unité s'exprime $S_c$ ?